

Résolution de l'inégalité :

Soit l'inégalité :

$$-2(1 - 2x)(x - 3)^2 \geq 0$$

Étapes de la résolution :

1. Trouver les racines et les points où l'expression est nulle :

$$1 - 2x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{2}$$

$$(x - 3)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

Les racines de l'expression sont donc $x = \frac{1}{2}$ et $x = 3$.2. Analyser le signe de l'expression $-2(1 - 2x)(x - 3)^2$ sur les intervalles définis par ces racines.

Les trois intervalles sont :

$$\left(-\infty, \frac{1}{2}\right), \quad \left(\frac{1}{2}, 3\right), \quad (3, +\infty)$$

3. Construire le tableau de signes :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
-2	$-$	$-$	$-$	$-$
$(1 - 2x)$	$+$	$-$	$-$	$+$
$(x - 3)^2$	$+$	$+$	0	$+$
Produit	$-$	$+$	0	$-$

Explication : - Le facteur -2 est toujours négatif. - Le facteur $(1 - 2x)$ est positif lorsque $x < \frac{1}{2}$ et négatif pour $x > \frac{1}{2}$. - Le facteur $(x - 3)^2$ est toujours positif ou nul (il est nul uniquement pour $x = 3$).

L'expression $-2(1 - 2x)(x - 3)^2$ est positive sur l'intervalle $(\frac{1}{2}, 3)$ et égale à 0 en $x = 3$.

4. **Conclusion :** L'inégalité $-2(1 - 2x)(x - 3)^2 \geq 0$ est vraie pour $\frac{1}{2} \leq x \leq 3$.